

Un filtro de imágenes mediante correlación espacial

Carlos D. Estrada Chávez¹, Edgardo M. Felipe-Riverón², Mariano Rivera Meraz¹ y Johan Van Horebeek¹

¹ Centro de Investigación en Matemáticas, Jalisco S/N, Col. Valenciana, C.P. 36240 Guanajuato, Gto, México

² Centro de Investigación en Computación, Instituto Politécnico Nacional, Juan de Dios Bátiz s/n, Col. Nueva Industrial Vallejo, C. P. 07738, México
cestradac@gmail.com; edgardo@cic.ipn.mx; mrivera@cimat.mx;
horebeek@cimat.mx

Abstract. This paper proposes a novel algorithm for removing noise in gray-levels and color images. The core concept on which is based the image filtering algorithm is a measure of spatial correlation between colors: we say that two colors are spatially correlated if they appear nearby more often in the image, with respect to other pairs of colors. In the discrete case, this measure of spatial correlation is represented by an Adjacency matrix, which can be calculated efficiently. Firstly it is presented an iterative filter with a simple scheme of 4 neighbors and local weighted averages. Subsequently, we present a non-iterative autocalibrable filter and a strategy to estimate their parameters. Given its similarity in its implementation with the bilateral filter (FB), comparisons are made with this kind of filters using a current technique which estimates the parameters on the FB. It can be seen that the proposed filter generally produces better results than the FB.

Keywords: Image filter, spatial correlation, bilateral filter, adjacency matrix, auto-calibration.

Resumen. Se propone un algoritmo novedoso para la eliminación de ruido en imágenes en niveles de gris y color. El concepto central sobre el cual se basa dicho algoritmo de *filtrado de imágenes* es una medida de correlación espacial entre colores: diremos que dos colores están correlacionados espacialmente si estos aparecen cercanos en la imagen con mucha frecuencia, con respecto a los otros pares de colores. En el caso discreto, dicha medida de correlación espacial se representa mediante una matriz de Adyacencia, la cual puede calcularse de manera eficiente. Se presenta primero un filtro iterativo con un esquema simple de 4 vecinos y promedios locales ponderados. Posteriormente, se plantean un filtro no iterativo autocalibrable y una estrategia para estimar sus parámetros. Dada su similitud en su implementación con un filtro bilateral (FB), el cual se implementa mediante la iteración de promedios locales pesados, se realizan comparaciones con este tipo de filtros mediante una técnica actual que estima los parámetros en el FB. Se puede constatar que el filtro propuesto en general produce mejores resultados que el FB.

Palabras clave: Filtro de imágenes, correlación espacial, filtro bilateral, matriz de adyacencia, autocalibración.

1 Introducción

El problema de eliminar el ruido de las imágenes digitales ha sido abordado desde varias perspectivas [1] y se continúan proponiendo nuevos algoritmos con los que cada vez se obtienen mejores resultados [2]. En la práctica, sin embargo, filtros tradicionales como el bilateral [3] continúan siendo de uso común debido a su sencillez y relativa eficacia para eliminar el ruido.

Con este trabajo intentamos introducir un nuevo enfoque basado en una heurística simple: en una imagen, los píxeles que consideramos sin ruido corresponden a los que poseen colores más “correlacionados” entre sí. De forma más específica, definiremos una medida de correlación espacial que nos indique cuándo la presencia de un color implique la presencia de otro a una distancia determinada.

Con este trabajo brindamos los resultados que se obtienen cuando le aplicamos a una imagen digital en colores, deteriorada con ruido aditivo, un filtro basado en la correlación espacial que existe entre los valores de cada píxel y el de los vecinos fuertes que lo rodean.

2 Correlación espacial en imágenes

Representaremos a una *imagen digital* I mediante una función $I: \Omega \rightarrow \Phi$ en donde tanto el dominio Ω de *coordenadas espaciales* como el conjunto de *valores* Φ son finitos y discretos. Llamaremos *posición* a cada elemento de Ω e *intensidad* a cada elemento de Φ , siempre y cuando este sea unidimensional, es decir, cuando se haga referencia a una imagen en escala de gris. De lo contrario, diremos que cada elemento de Φ es un *color*, debido a que en una imagen digital en colores, este valor *codifica* el color de manera tal que pueda ser interpretado y realizado por algún dispositivo.

Una manera de codificar el color, es haciendo referencia a un *espacio de color*, donde los valores de Φ representen coordenadas dentro de dicho espacio. De esta forma es posible calcular una *distancia entre los colores* en el espacio de color en el cual están representados. Sin embargo, en este trabajo hablaremos de una medida de distancia entre los colores, según el grado de asociación entre los colores de los píxeles con base en su distribución espacial en la imagen. Esto lo determinaremos mediante la *correlación espacial entre colores*. De esta manera diremos que dos colores están correlacionados espacialmente en una imagen digital, si estos aparecen cercanos espacialmente con mayor frecuencia, con respecto a otros pares de colores.

2.1 Imagen de etiquetas

Para poder calcular la correlación espacial entre cada par de colores en una imagen, es necesario identificar todas las parejas de colores similares posibles. Es necesario entonces que el número de parejas de colores similares sea adecuado a las capacidades de procesamiento. Para reducir el número de colores le asignamos a los colores similares una sola etiqueta. A este proceso de reducir el número de colores en la imagen, se le conoce en la literatura como cuantización (o cuantificación) del color.

Nos referiremos como etiquetas a un conjunto de índices (ej. $\{1, 2, 3, 4, \dots\}$), que identifican la clase o estado de un pixel después de la cuantización.

Llamaremos imagen de etiquetas de una imagen digital, a un arreglo bidimensional del mismo tamaño que la imagen, pero cuyos valores son etiquetas que identifican a un color, o a varios colores similares. Esta manera de codificar una imagen de color mediante etiquetas es conocida como *indexado de color*.

2.2 Matriz de adyacencia (MA)

Dada la *imagen de etiquetas* $\tilde{I}$, con rango $\Lambda = \{1, 2, \dots, N\}$, su *matriz de adyacencia* $\mathbf{A}$ de dimensión $N \times N$, es aquella donde cada una de sus componentes $\mathbf{A}_{a,e}$, $a, e \in \Lambda$ toma el valor del conteo de coincidencias entre los pixeles contiguos etiquetados con los números a y e , Ec. (1), i.e.:

$$\mathbf{A}_{a,e} = \sum_{\forall p \in \Omega} \mathbf{1}[\tilde{I}_p = a] \sum_{k=1}^4 \mathbf{1}[\tilde{I}_{(p-t_k)} = e] \quad (1)$$

donde $\mathbf{1}$ es la *función indicadora*, $t_1 = (1, 0)$, $t_2 = (0, 1)$, $t_3 = (-1, 0)$, $t_4 = (0, -1)$.

La matriz de adyacencia se puede formar considerando una vecindad *4-conectada* acumulando el número de veces que dos etiquetas son contiguas en la imagen. El siguiente algoritmo muestra lo económico que resulta calcular la MA para una imagen de m filas y n columnas.

Algoritmo 1. Generación de la matriz de adyacencia.

Entrada: imagen de etiquetas $\tilde{I}$, número de etiquetas N .

Salida: matriz de adyacencia $\mathbf{A}_{N \times N}$.

Definir:

m, n : alto y ancho de $\tilde{I}$

$\mathbf{A} = \mathbf{0}_{N \times N}$

Para cada $i=1, \dots, m$

 Para cada $j=1, \dots, n$

 Si $i > 1$

$$\mathbf{A}(\tilde{I}_{(i,j)}, \tilde{I}_{(i-1,j)}) = \mathbf{A}(\tilde{I}_{(i,j)}, \tilde{I}_{(i-1,j)}) + 1$$

 Fin

 Si $j > 1$

$$\mathbf{A}(\tilde{I}_{(i,j)}, \tilde{I}_{(i,j-1)}) = \mathbf{A}(\tilde{I}_{(i,j)}, \tilde{I}_{(i,j-1)}) + 1$$

 Fin

 Fin j

Fin i

$$\mathbf{A} = \mathbf{A} + \mathbf{A}^T$$

Notación. $\mathbf{A}(a, e) := \mathbf{A}_{a,e}$

La MA nos proporciona la correlación espacial entre las etiquetas de la imagen tomando una distancia de un pixel. La primera observación que se hace sobre la MA, es que generalmente las etiquetas correspondientes a colores similares resultan estar correlacionadas espacialmente; esto es debido a que, en una imagen comúnmente encontraremos regiones de pixeles con colores similares entre sí. Esto se aprecia en la figura 1, donde se toma la imagen en tonos de gris como la imagen de etiquetas. Las gráficas a la derecha de cada imagen resultan después de ordenar los renglones y las columnas de la MA con respecto a su tono de gris asociado.

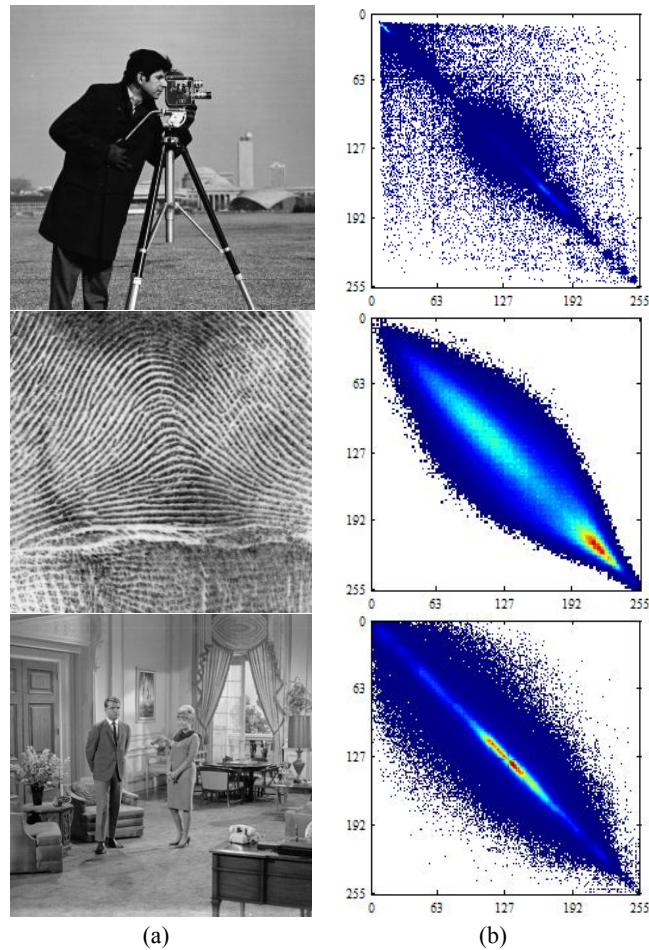


Fig. 1. (a) Imágenes en tonos de gris y (b) gráfica de su correspondiente MA

3 El filtro 4-conectado

Se presenta un filtro que estima el valor de cada pixel con base en los valores de los cuatro pixeles adyacentes fuertemente conectados, de manera que se esperaría que la escasa información local sea compensada al emplear los pesos calculados mediante la MA.

Algoritmo 2. Filtrado de imágenes con vecindad 4-conectada.

Entrada: imagen I

Salida: imagen filtrada $\hat{I}$

Calcular imagen de etiquetas $\tilde{I}$ (ver sección 2.1): En imágenes en colores se recomienda emplear el algoritmo de cuantificación de Wu [4]. Para el caso de imágenes en escala de grises se sugiere usar cuantización uniforme sobre la imagen con el histograma ecualizado.

Calcular matriz de adyacencia $\mathbf{A}$ (algoritmo 1)

Para cada $p \in \Omega$:

$$\hat{I}_p = \frac{\sum_{q \in V_p^4} \mathbf{A}_{a,e} I_q}{\sum_{q \in V_p^4} \mathbf{A}_{a,e}} \quad (2)$$

donde $a = \tilde{I}_p$, $e = \tilde{I}_q$ y V_p^4 son los 4 vecinos fuertemente conectados de p .

Obsérvese que se recorre la imagen de etiquetas $\tilde{I}$ al mismo que la imagen de entrada I .

El algoritmo anterior bien puede aplicarse utilizando una ventana de cualquier tamaño, tema que abordaremos más adelante. Por ahora, mostraremos el efecto de aplicar este filtrado con vecindad 4-conectada de forma iterativa.

La implementación se realizó en Matlab. Para generar la imagen de etiquetas correspondientes a las imágenes de color, se tomó la función `rgb2ind`¹ con la opción `nodither`, la cual implementa el algoritmo de cuantización de mínima varianza de Wu² [4]. Se pudo comprobar visualmente que con dicho algoritmo de cuantización se producen mejores resultados que con la cuantización uniforme. La cuantificación de Wu divide el cubo de color RGB en ‘cajas’ (donde cada caja representa una etiqueta), asignando más etiquetas en regiones del cubo de color (histograma) donde existe una

¹ Documentación de `rgb2ind` en Matlab:

<http://www.mathworks.com/help/matlab/ref/rgb2ind.html>

Consultado 13-Nov-2012

² Código disponible en la página Web de Xiaolin Wu:

<http://www.ece.mcmaster.ca/~xwu/cq.c>

Consultado 13-Nov-2012

mayor concentración de colores. Para las pruebas se utilizó un máximo de 255 etiquetas.

Lo primero que se pudo observar al suavizar las imágenes es que en general el filtro propuesto respeta los bordes después de varias iteraciones como puede verse en la figura 2.

Una explicación de esto podría ser que la cantidad de píxeles de los bordes de los objetos presentes en la imagen, por lo general es pequeña en relación con la cantidad de píxeles en las regiones suaves y por lo tanto la correlación espacial entre colores diferentes será baja con relación a la correlación con colores similares. También, como consecuencia de lo anterior, las imágenes con superficies granulares o con texturas finas presentan un mayor emborronamiento (ver ejemplo en la figura 3).



Fig. 2. Filtrado iterativo del filtro 4-conectado. De izquierda a derecha y de arriba abajo: imagen original e imágenes resultantes después de aplicar el filtro iterativamente 3, 10 y 25 veces respectivamente



Fig. 3. Efecto del filtrado después de 10 iteraciones en imágenes con superficies granulares o de texturas finas

Una característica que pudo observarse en las imágenes filtradas es que los colores con bajo valor de correlación espacial con ellos mismos tienden a desaparecer en la imagen filtrada como se observa en la figura 4.



Fig. 4. De izquierda a derecha: imagen con ruido de alta frecuencia e imagen filtrada en 3 iteraciones

4 Adaptabilidad al ruido

Los parámetros de configuración del filtro 4-conectado son solamente el número de iteraciones y los parámetros propios del algoritmo de cuantización empleado. Extenderemos dicha estrategia a un *filtro de ventana local*, para lo cual es necesario introducir otros parámetros. Los parámetros de calibración permiten adecuar el filtro a las diversas características de la imagen y a diversas aplicaciones o propósitos. Un valor adecuado para estos parámetros puede inferirse sólo después de observar la imagen, por lo que la efectividad del filtrado queda sujeta a la capacidad visual y experiencia de quien calibra la imagen. Desde luego, sería interesante tener un filtro autocalibrable, es decir, que se ajuste sin supervisión a las condiciones de la imagen. En esta sección se busca cumplir con los siguientes objetivos:

1. Mejorar los resultados del filtro 4-conectado presentado en la sección anterior.
2. Presentar un filtro autocalibrado que tome una región local más amplia.
3. Medir la efectividad del filtro resultante comparándolo contra el filtro bilateral.

4.1 El filtro bilateral y su calibración

Dada una *función de cercanía* f que evalúa si la distancia entre dos píxeles se encuentra dentro de cierta escala espacial, y una *función de similitud* g que indica el grado de semejanza entre dos valores del rango de la imagen I , el filtro bilateral [3] estima el nuevo valor de cada píxel mediante la Ec. (3):

$$\hat{I}_p = \frac{\sum_{q \in \Omega} f(p, q) g(I_p, I_q) I_q}{\sum_{q \in \Omega} f(p, q) g(I_p, I_q)} \quad (3)$$

La forma usual de definir f y g es mediante funciones gaussianas, Ec. (4) y Ec. (5):

$$g_{bil}(I_p, I_q) = \exp\left(-\frac{\|I_p - I_q\|^2}{2\sigma_r^2}\right) \quad (4)$$

$$f_{bil}(p, q) = \exp\left(-\frac{\|p - q\|^2}{2\sigma_d^2}\right) \quad (5)$$

donde los parámetros σ_r y σ_d controlan la apertura de la gaussiana en el rango y en el dominio respectivamente.

La calibración del filtro bilateral consiste en encontrar valores idóneos para σ_r y σ_d de tal forma que estos se adecuen a las características de la imagen que se quiere filtrar. El par de parámetros (más el tamaño de ventana) que controlan el comportamiento del filtro bilateral logran que este filtro sea muy flexible; sin embargo, de acuerdo a [5] no existía a la fecha un análisis teórico de cómo seleccionar de manera óptima los parámetros σ_d y σ_r . En el mismo trabajo citado se propone con base en pruebas realizadas, que una buena elección del valor de σ_d parece estar en el rango [1.5, 2.1], mientras que σ_r parece estar relacionado linealmente con la desviación estándar (σ_n) del ruido blanco aditivo Gaussiano (AWGN - *Additive White Gaussian Noise*) agregado artificialmente a imágenes de prueba; en la práctica se desconoce el valor σ_n de la imagen que se desea filtrar.

Para la realización de nuestros experimentos se contaminaron imágenes con ruido AWGN; posteriormente se aplicó el filtro propuesto y se midió la diferencia con respecto a la imagen original (sin ruido). Finalmente, se compararon los resultados con los del filtro bilateral calibrándolo de la misma forma que en [5]: $\sigma_d = 1.8$, $\sigma_r = 2 \times \sigma_n$ con tamaño de ventana de 11×11 . Adicionalmente, se obtuvo la calibración óptima por nivel de ruido mediante la función `fminsearch` de Matlab. El valor óptimo obtenido para los parámetros σ_d y σ_r para un ancho de ventana de 11×11 se muestra en la Tabla 1.

Tabla 1. Calibración óptima del conjunto de imágenes de prueba para el filtro bilateral. Los valores σ_r se refieren a los valores de la intensidad tomados en el rango [0, 1]

$255\sigma_n; \sigma_n$	σ_d	σ_r
10; 0.0392	1.054225	0.109223
15; 0.0588	1.170315	0.169392

20; 0.0784	1.258260	0.232878
25; 0.0980	1.331346	0.302320
30; 0.1176	1.401339	0.376674
35; 0.1373	1.467100	0.460825
40; 0.1569	1.530953	0.561410
50; 0.1961	1.669907	0.822967
60; 0.2353	1.831355	1.159397
80; 0.3137	2.197954	2.002180
100; 0.3922	2.596337	3.022389

Para las pruebas que se presentan en las siguientes subsecciones se usaron 11 imágenes en tonos de gris descargadas del sitio [6]. Con respecto a la cuantización de las imágenes en tonos de gris, se efectuó una cuantización uniforme usando 255 bins sobre la imagen con el histograma ecualizado.

4.2 Similitud contextual

Una manera de visualizar las relaciones entre los colores de una imagen es a través de un grafo, donde cada etiqueta corresponde a un nodo y donde las aristas representan la *probabilidad de transición* de una etiqueta a otra. A partir de la matriz de adyacencia $\mathbf{A}$, definiremos dichas probabilidades mediante la *matriz de transición* (MT) $\mathbf{P}_{N \times N}$.

$$\mathbf{P}_{a,e} = \frac{\mathbf{A}_{a,e}}{\sum_{i=1}^N \mathbf{A}_{a,i}} \quad (6)$$

donde $\mathbf{P}_{a,e}$ es la probabilidad de pasar de un nodo con etiqueta a a otro con etiqueta e .

Nos gustaría entonces, medir la similitud entre dos etiquetas tomando en cuenta su contexto, es decir, incluir la influencia de trayectorias indirectas que conecten a los correspondientes nodos en el grafo de etiquetas. Con este propósito, considérese la matriz (Ec. 7):

$$\mathbf{Q} = \left(\frac{\mathbf{P} + \mathbf{P}^T}{2} \right) \quad (7)$$

Cada entrada de la matriz $\mathbf{Q}^t$ indica la probabilidad de trasladarse en t pasos entre los dos nodos (promediando las probabilidades de transición de ida y vuelta). Podemos utilizar ahora la matriz $\mathbf{Q}^t$ en vez de $\mathbf{A}$ para filtrar la imagen con el algoritmo del filtro 4-conectado. Así se pudo determinar después de varios experimentos (omitidos aquí) que tomar $t = 2$ arroja los mejores resultados para el conjunto de imágenes de prueba. La gráfica de la figura 5 brinda una comparación del filtro 4-conectado utilizando las matrices $\mathbf{A}$ y $\mathbf{Q}^2$.

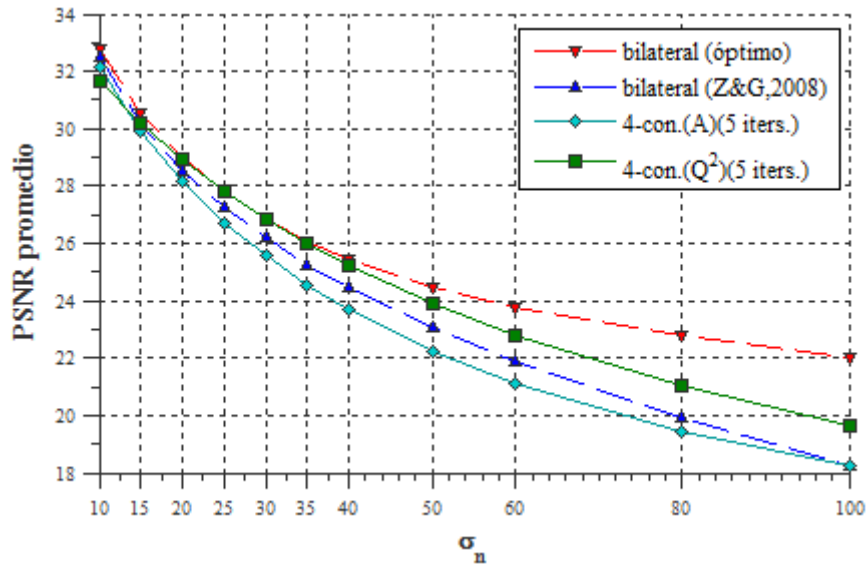


Fig. 5. Comparación del PSNR³ promedio para las funciones de similitud A vs. Q^2 utilizando el filtro 4-conectado

Como se puede apreciar en la gráfica anterior, con Q^2 se mejoran significativamente los resultados del filtro 4-conectado.

4.3 Cercanía y tamaño de la vecindad

Dado un pixel de la imagen, la *función de cercanía* debe ajustarse a la región de pixeles similares al pixel dado en la imagen original idealmente sin ruido, es decir, a diferencia de la función de similitud, la función de cercanía no debería verse afectada por la magnitud del ruido presente en la imagen.

Sin embargo, en general se tendrá que a mayor nivel de ruido será necesaria una cantidad mayor de valores de muestra, i.e. una región local más amplia para así poder obtener una estimación más acertada del verdadero valor del pixel actual. Por lo tanto, podemos decir que una buena definición de la función de cercanía debe considerar un equilibrio entre dos criterios opuestos: incluir un número suficiente de pixeles (muestras) de entre los más cercanos, pero considerando una región local lo suficientemente pequeña de manera que se tomen en cuenta solo los más similares.

Por lo tanto, podemos conjeturar que dada una función de similitud g , existe una función de cercanía f que optimiza un *criterio de selección de región local* de manera que el filtro repare lo mejor posible una imagen. No está claro, sin embargo, hasta qué punto pueden ser útiles las herramientas con las que contamos para poder encontrar

³ Del inglés *Peak Signal-to-Noise Ratio*. Medida asociada con el logaritmo del error cuadrático medio.

dicha f óptima. De momento, solo consideraremos un indicador que parece ser útil para calibrar f , que capte en esencia los criterios para definirla adecuadamente.

Sea pues, θ el vector correspondiente a la diagonal de la matriz $\mathbf{P}$.

$$\theta = \text{diag}(\mathbf{P}) \quad (8)$$

Entonces, θ_a es la probabilidad de transitar de un pixel con etiqueta a a otro pixel con la misma etiqueta. Sea $S_{\sim a}$ una variable aleatoria que representa el número de veces que se transitaría a una etiqueta diferente de a en n intentos, i.e.:

$$S_{\sim a} \sim \text{Binomial}(n, 1 - \theta_a) \quad (9)$$

Un indicador del *tamaño de la vecindad* de la etiqueta a puede ser el número de transiciones esperadas a etiquetas distintas a la actual. Tomando esta cantidad normalizada quedaría:

$$\frac{E[S_{\sim a}]}{\sqrt{\text{Var}[S_{\sim a}]}} = \frac{n(1 - \theta_a)}{\sqrt{n\theta_a(1 - \theta_a)}} = \sqrt{\frac{n(1 - \theta_a)}{\theta_a}} \quad (10)$$

Para tener un solo indicador para todas las etiquetas, usaremos el promedio de los valores de θ ponderados con el histograma de la imagen de etiquetas $\mathbf{h}$:

$$\theta = \frac{\sum_{i \in \Lambda} \mathbf{h}_i \theta_i}{\sum_{i \in \Lambda} \mathbf{h}_i} \quad (11)$$

De esta forma, si f es definida mediante una gaussiana como en (5), una estimación para σ_d puede obtenerse con:

$$\hat{\sigma}_d = c \sqrt{\frac{(1 - \theta)}{\theta}} \quad (12)$$

En la Tabla 2 se muestra el valor del indicador de tamaño de vecindad para algunas de las imágenes de prueba con distintos niveles de ruido para $c = 1$.

Con esto, actualizamos el filtro 4-conectado proporcionado en el algoritmo 2 para usar $\mathbf{Q}^2$ como función de similitud y f calibrada mediante el indicador de tamaño de vecindad. A este filtro lo identificaremos como *filtro por correlación espacial* (fce). La diferencia primordial con el algoritmo 4-conectado es que el fce no es un filtro iterativo. La gráfica de la figura 6 brinda una comparación del fce y el filtro bilateral.

Tabla 2. Indicador del tamaño de vecindad en imágenes en tonos de gris

Tamaño de la vecindad: $\sqrt{\frac{(1-\theta)}{\theta}}$								
σ_n	<i>camarógrafo</i> 256 × 256	<i>Lena</i> 512 × 512	<i>Bárbara</i> 512 × 512	<i>bote</i> 512 × 512	<i>pareja</i> 512 × 512	<i>huella</i> 512 × 512	<i>colina</i> 512 × 512	<i>casa</i> 256 × 256
10	5.33	5.76	6.00	5.24	5.34	6.41	5.43	5.42
15	6.07	6.58	6.62	5.98	6.14	6.82	6.13	6.38
20	6.86	7.14	7.05	6.52	6.75	7.25	6.69	7.14
25	7.32	7.55	7.44	6.96	7.20	7.60	7.07	7.77
30	7.81	7.91	7.73	7.32	7.64	7.84	7.43	8.23
35	8.10	8.15	7.96	7.63	7.99	8.18	7.73	8.41
40	8.36	8.32	8.11	7.79	8.20	8.38	7.98	8.54
50	8.70	8.73	8.48	8.15	8.63	8.60	8.34	9.04
60	8.76	9.00	8.70	8.49	8.88	8.78	8.67	9.37
80	9.33	9.32	9.02	8.92	9.35	9.09	9.08	9.72
100	9.32	9.53	9.28	9.12	9.54	9.20	9.28	9.68

Algoritmo 3. Filtrado de imágenes por correlación espacial

Entrada: imagen I , tamaño de ventana l , constante de vecindad c , exponente de la matriz de correlación t .

Salida: imagen filtrada $\hat{I}$.

Calcular la imagen de etiquetas $\tilde{I}$ (ver sección 2.1): En imágenes en colores se recomienda emplear el algoritmo de cuantificación de Wu [4]. Para el caso de imágenes en escala de grises se sugiere usar cuantización uniforme sobre la imagen con el histograma ecualizado.

Calcular la matriz de adyacencia $\mathbf{A}$ (algoritmo 1)

Calcular la matriz de transición $\mathbf{P}$, Ec. (6)

$$\mathbf{Q} = \left(\frac{\mathbf{P} + \mathbf{P}^T}{2} \right)$$

Para cada $p \in \Omega$:

$$\hat{I}_p = \frac{\sum_{q \in W_p^l} \mathbf{Q}_{a,e}^t f(p, q) I_q}{\sum_{q \in W_p^l} \mathbf{Q}_{a,e}^t f(p, q)} \quad (13)$$

$$\text{Con } f(p, q) = \exp\left(-\frac{\|p - q\|_2^2}{2\hat{\sigma}_d^2}\right), \hat{\sigma}_d = c \sqrt{\frac{(1-\theta)}{\theta}} \text{ para una constante estimada } c$$

y donde, $a = \tilde{I}_p$, $e = \tilde{I}_q$ y W_p^l son las posiciones de una ventana con centro en p y lado de longitud l .

Obsérvese que se recorre la imagen de etiquetas $\tilde{I}$ al mismo que la imagen de entrada I .

4.4 Discusión de los resultados del filtro por correlación espacial (fce).

La gráfica muestra los resultados del fce con $c = 1/5$, $t = 2$.

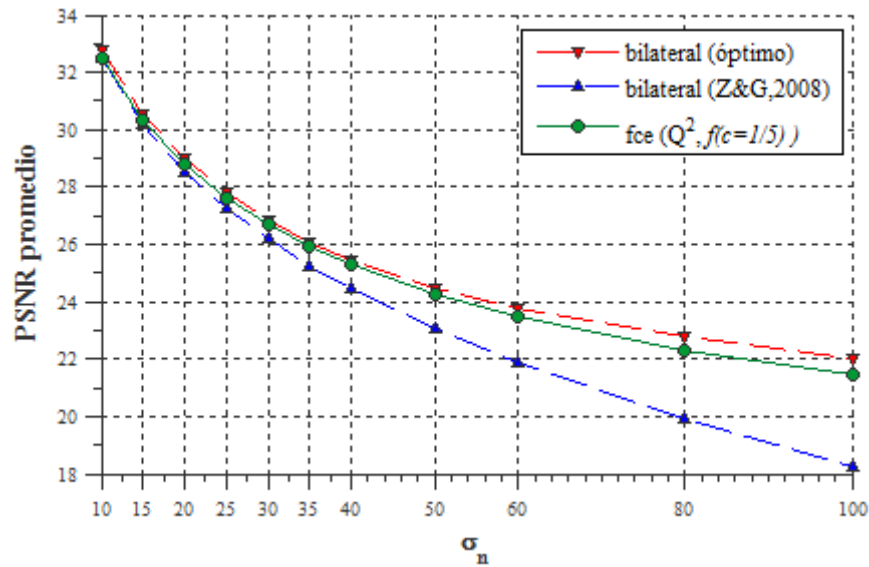


Fig. 6. Comparación del fce y el filtro bilateral

Puede observarse que el filtro propuesto obtiene mejores resultados que el filtro bilateral calibrado como en [6] y apenas por debajo de la calibración óptima obtenida para el conjunto de imágenes de prueba. Considerando que para calibrar el filtro bilateral en estos experimentos fue necesario conocer el valor de σ_n , la ventaja práctica del fce sobre el filtro bilateral es evidente, ya que como se había mencionado anteriormente, en la práctica se desconoce el valor σ_n , por lo que para una calibración automática del filtro bilateral se requeriría entonces una estimación de σ_n .

Si bien el fce requiere establecer el valor de los parámetros t y c , estos no cambian en función del nivel del ruido, por lo que con base en los experimentos realizados es evidente que el fce es adaptable al nivel del ruido presente en la imagen. Lo siguiente es comprobar que el mismo filtro funciona bien en imágenes de color, lo cual se validó visualmente al aplicarlo a varias imágenes en colores. La figura 7 muestra las imágenes

de color originales sobre las cuales se probó el algoritmo. La figura 8 muestra las imágenes contaminadas con ruido y los resultados obtenidos con el filtro propuesto.



Fig. 7. Imagen utilizada para la prueba de la figura 8 (izquierda) y acercamiento (derecha).

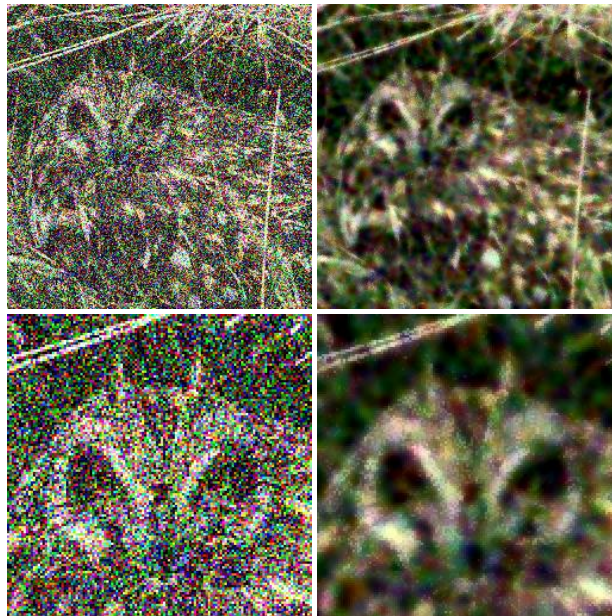


Fig. 8. Arriba izquierda: imagen contaminada con AWGN, a) $\sigma_n = 100$; arriba derecha: imagen filtrada con el fce $(Q^2, f(c=1/5))$, tamaño de ventana 11×11 . Abajo, acercamientos de las correspondientes imágenes anteriores

5 Conclusiones

El fce mostró ser eficaz al eliminar el ruido blanco aditivo gaussiano utilizando los parámetros propuestos. El fce representa una mejora al filtro bilateral al buscar adaptarse a las condiciones de ruido presentes en la imagen, además de que no hace uso de una medida de distancia entre los colores (relativa a un espacio de color), sino

de la correlación espacial entre los colores de la imagen. Debe tenerse en cuenta que la eficacia de la estrategia presentada depende en gran medida del algoritmo de cuantización empleado, lo que también repercutirá en el tiempo de cómputo.

Reconocimientos. Se agradece al Dr. José Luis Marroquín Zaleta y al Dr. Jean-Bernard Hayet, del CIMAT, quienes fueron revisores de la tesis de maestría que sirvió de base para el presente trabajo. Agradecemos también al Centro de Investigación en Computación (CIC) del Instituto Politécnico Nacional (IPN), por las facilidades brindadas para la presentación de este trabajo.

Referencias

1. Buades, A., Coll, B., Morel, J.M.: A review of image denoising algorithms, with a new one. In: Proc. Multiscale Modeling and Simulation, Society for Industrial and Applied Mathematics (SIAM), vol. 4, n. 2, pp. 490-530 (2005)
2. Dabov, K., Foi, A., Katkovnik, V., Egiazarian, K.O.: BM3D image denoising with shape-adaptive principal component analysis. In: Proc. Workshop on Signal Processing with Adaptive Sparse Structured Representations, SPARS 2009 (2009)
3. Tomasi, C., Manduchi, R.: Bilateral filtering for gray and color images. In : IEEE International Conference on Computer Vision, pp. 839-846 (1998)
4. Wu, X.: Efficient Statistical Computations for Optimal Color Quantization. In : Arvo, J. (ed.) Graphics Gems, vol. 11, pp. 126-133 (1991)
5. Zhang, M., Gunturk, B. K.: Multiresolution Bilateral Filtering for Image Denoising. In: IEEE Transactions on Image Processing 17(12), 2324 - 2333 (2008)
6. Danielyan, A., Maggioni, M., Dabov, K., Foi, A., Katkovnik, V., Egiazarian, K.: Results of the proposed grayscale BM3D method. Available at: <http://www.cs.tut.fi/~foi/GCF-BM3D>. Accessed 6 Nov 2012